Session 2025

CONCOURS DE RECRUTEMENT D'ÉLÈVES

INGÉNIEURS ÉLECTRONICIENS DES SYSTÈMES DE LA SÉCURITÉ

AÉRIENNE

I.E.S.S.A.

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

Durée : 2 heures

Coefficient : 3

TOUT DISPOSITIF ÉLECTRONIQUE
(calculatrices, oreillettes, montres …)
EST INTERDIT

Cette épreuve comporte :

- 1 page de garde (recto)
- 2 pages d'instructions pour remplir le QCM (recto/verso)
- 7 pages de sujet numérotées de 1 à 7 (20 questions) (recto/verso)
- Certaines questions appartiennent à une même partie. La liste en est donnée ci-dessous :
  - 1 à 6 (Partie I)
  - 7 à 11 (Partie II)
  - 12 à 17 (Partie III)
  - 18 à 20 (Partie IV)

ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve écrite obligatoire de Mathématiques de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à bille ou feutre à encre foncée bleue ou noire. Vous devez **cocher** la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.

2) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillon qui vous seront fournies à la demande par le (la) surveillant(e) qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.

4) Si vous voulez **corriger** votre réponse**,** n'utilisez pas de correcteur mais indiquez la nouvelle réponse sur la 2ème ligne.

5) Cette épreuve comporte 20 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page de garde du sujet.

   Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 80 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
   Pour chaque ligne numérotée de 1 à 20, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

   ► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
   la ligne correspondante doit rester vierge.

   ► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
   vous devez cocher l'une des cases A, B, C, D.

   ► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
   vous devez cocher deux des cases A, B, C, D et ***deux seulement****.*

   ► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
   vous devez alors cocher la case E.

Tournez la page S.V.P.

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

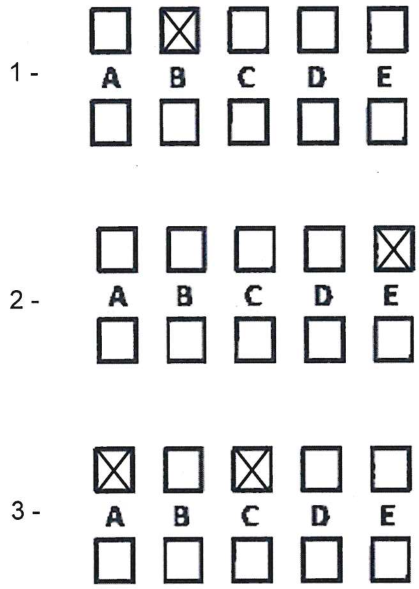
7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : 1^2+2^2 vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2-1=0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :



Notations

Les lettres $\mathbb{R}$, $\mathbb{C}$, $\mathbb{N}$ et $\mathbb{Z}$ désignent respectivement les ensembles des réels, des complexes, des entiers naturels et des entiers relatifs. Les notations $\bar{z}$ et $|z|$ désignent respectivement le conjugué et le module du nombre complexe z.

PARTIE I

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y'' + 2y' + 5y = \cos(2x)$$

Question 1

L'équation (E) admet une solution particulière y_p de la forme :

A) $y_p(x) = \alpha x \cos(2x) + \beta x \sin(2x)$, avec α et β réels
B) $y_p(x) = \alpha \cos(2x) + \beta \sin(2x)$, avec α et β réels
C) $y_p(x) = (e^{-x} + \alpha)\cos(2x) + (e^{-x} + \beta)\sin(2x)$, avec α et β réels
D) $y_p(x) = \alpha \cos(2x)$, avec α réel

Question 2

Les solutions réelles de l'équation différentielle homogène (E_0)

$$y'' + 2y' + 5y = 0$$

sont de la forme :

A) $y(x) = Ae^{x}\cos(2x + \varphi)$, pour tous A et φ réels
B) $y(x) = e^{x}(\alpha \cos(2x) + \beta \sin(2x))$, pour tous α et β réels
C) $y(x) = Axe^{-x}\cos(2x + \varphi)$, pour tous A et φ réels
D) $y(x) = Ae^{-x}\sin(2x + \varphi)$, pour tous A et φ réels

Question 3

La solution de (E_0) vérifiant $y(0) = y'(0) = 1$ peut s'écrire :

A) $y(x) = \sqrt{2}e^{x}\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$
B) $y(x) = e^{-x}(\cos(2x) + \sin(2x))$
C) $y(x) = \sqrt{2}e^{x}\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$
D) $y(x) = e^{x}\cos(2x)$

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = 5\sqrt{6}\cos(2x) + 5\sqrt{2}\sin(2x).$$

Question 4

La proposition suivante est vraie :

A) La fonction f est une solution de (E)
B) La fonction f est une solution de (E_0)
C) La fonction f est une solution de l'équation différentielle $y'' + 4y = 5\sqrt{2}$
D) La fonction f est une solution de l'équation différentielle $y'' + 4y = \sin(2x)$

Tournez la page S.V.P.

On souhaite désormais résoudre l'équation (E') :

$$f(x) = -10 \text{ dans } \mathbb{R}.$$

Question 5

Le réel x est solution de (E') si et seulement si :

A) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
B) $\cos\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$
C) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
D) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$

Question 6

Ainsi, on en déduit l'ensemble S des solutions réelles de (E') :

A) $S = \emptyset$ car $-10 < -1$
B) $S = \left\{-\frac{7\pi}{24} + k\pi;\ -\frac{13\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
C) $S = \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi;\ -\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$
D) $S = \left\{\frac{\pi}{24} + k\pi;\ -\frac{5\pi}{24} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

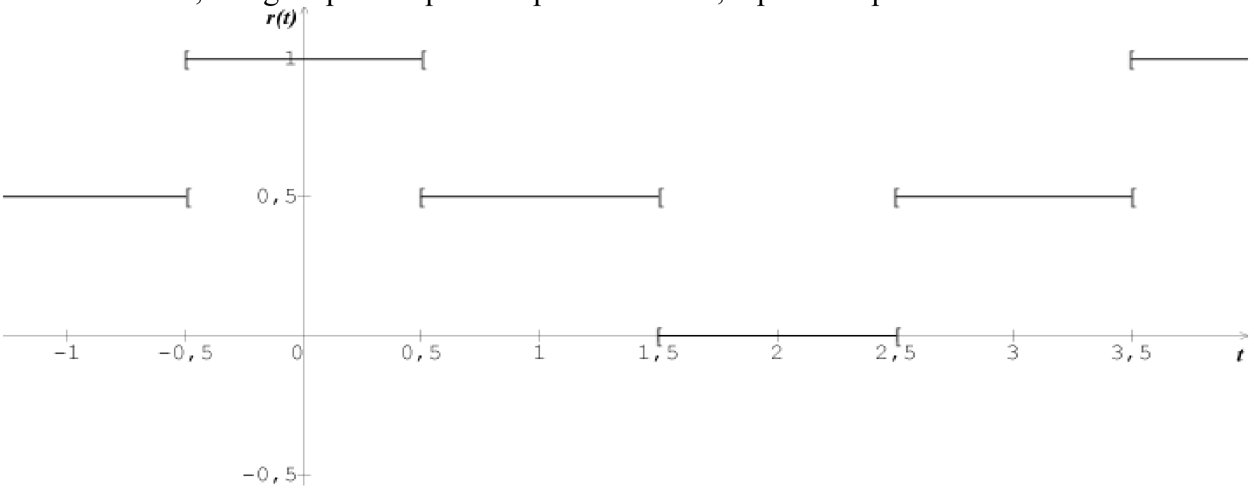
PARTIE II

Soit le signal s de période 2, impair et défini sur $\mathbb{R}$ par :

$$s(t) = \begin{cases} 1 \text{ si } t \in \left[\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right[, \\ 0 \text{ si } t \in \left[0;\frac{1}{4}\right[\cup \left[\frac{3}{4};1\right[. \end{cases}$$

Question 7

Pour tout réel t, le signal périodique r de période $T = 4$, représenté par :



vérifie :

A) $r(t) = \frac{1}{2}s\left(\frac{t}{2}+1\right)+1$

B) $r(t) = \frac{1}{2}s\left(\frac{t+1}{2}\right)+1$

C) $r(t) = \frac{1}{2}\left(s\left(\frac{t+1}{2}\right)+1\right)$

D) $r(t) = \frac{1}{2}\left(s\left(\frac{t}{2}+1\right)+1\right)$

Question 8

La valeur moyenne de $r(t)$, définie par $r_{\text{moy}} = \frac{1}{T}\int_0^T r(t)dt$ est égale à :

A) $r_{\text{moy}} = \frac{1}{2}$

B) $r_{\text{moy}} = 2$

C) $r_{\text{moy}} = \frac{3}{8}$

D) $r_{\text{moy}} = 0$ car s est un signal impair

Tournez la page S.V.P.

Question 9

La valeur efficace de $r(t)$, définie par $r_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T r^2(t)dt}$ est égale à :

A) $r_{\text{eff}} = \frac{1}{2}$

B) $r_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{3}{8}}$

C) $r_{\text{eff}} = \frac{3}{8}$

D) $r_{\text{eff}} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Question 10

Soit $\omega = \frac{2\pi}{T}$; pour $n \geq 1$, le calcul de $a_n = \frac{2}{T}\int_0^T r(t)\cos(n\omega t)dt$ donne :

A) $a_n = 0$

B) $a_n = \frac{2}{n\pi}\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)$

C) $a_n = \frac{2}{n\pi}\left(2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{5n\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{7n\pi}{4}\right)\right)$

D) $a_n = \frac{1}{2\pi n}\left(3\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right) - \sin\left(\frac{5n\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{7n\pi}{4}\right)\right)$

Question 11

Ainsi, la décomposition en série de Fourier de $r(t)$ s'écrit :

A) $\frac{1}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\left(3\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)-\sin\left(\frac{5n\pi}{4}\right)\right)}{n}\cos(n\omega t)\right]$

B) $2 + \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)}{n}\cos(n\omega t)\right]$

C) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\left(3\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right)-\sin\left(\frac{5n\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{7n\pi}{4}\right)\right)}{n}\cos(n\omega t)\right]$

D) $\frac{3}{8} + \frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\left(2\sin\left(\frac{n\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{3n\pi}{4}\right)+\sin\left(\frac{5n\pi}{4}\right)-\sin\left(\frac{7n\pi}{4}\right)\right)}{n}\sin(n\omega t)\right]$

PARTIE III

Soient les nombres complexes $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = 2 + 2i$.

Question 12

Une forme exponentielle de z_1 est :

A) $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$
B) $z_1 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$
C) $z_1 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{6}}$
D) $z_1 = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$

Question 13

Une forme exponentielle de z_2 est :

A) $z_2 = -2\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$
B) $z_2 = 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$
C) $z_2 = 2e^{i\frac{5\pi}{4}}$
D) $z_2 = -2e^{-i\frac{\pi}{4}}$

Question 14

Une forme exponentielle de $\frac{1}{\overline{z_1}}$ est :

A) $\frac{1}{\overline{z_1}} = \frac{\sqrt{2}}{4}e^{i\frac{\pi}{6}}$
B) $\frac{1}{\overline{z_1}} = \frac{1}{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$
C) $\frac{1}{\overline{z_1}} = \frac{1}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$
D) $\frac{1}{\overline{z_1}} = \frac{\sqrt{2}}{4}e^{-i\frac{\pi}{3}}$

Question 15

Une forme exponentielle de ${z_1}^2{z_2}^3$ est :

A) ${z_1}^2{z_2}^3 = 64\sqrt{2}e^{-i\frac{7\pi}{12}}$
B) ${z_1}^2{z_2}^3 = 128e^{-i\frac{17\pi}{12}}$
C) ${z_1}^2{z_2}^3 = 128e^{i\frac{17\pi}{12}}$
D) ${z_1}^2{z_2}^3 = 64\sqrt{2}e^{i\frac{7\pi}{12}}$

Tournez la page S.V.P.

Question 16

Une forme algébrique de $z_1{}^2 z_2{}^3$ est :

A) $z_1{}^2 z_2{}^3 = \left(-32\sqrt{3} + 32\right) + i\left(32 + 32\sqrt{3}\right)$
B) $z_1{}^2 z_2{}^3 = \left(-32\sqrt{3} - 32\right) + i\left(32 + 32\sqrt{3}\right)$
C) $z_1{}^2 z_2{}^3 = \left(-32\sqrt{3} + 32\right) + i\left(32 - 32\sqrt{3}\right)$
D) $z_1{}^2 z_2{}^3 = \left(-32\sqrt{3} + 32\right) + i\left(-32 - 32\sqrt{3}\right)$

Question 17

Il s'ensuit que :

A) $\cos\left(-\frac{17\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(-\frac{17\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$
B) $\cos\left(-\frac{17\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(-\frac{17\pi}{12}\right) = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
C) $\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$
D) $\cos\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\left(-\frac{7\pi}{12}\right) = \frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

PARTIE IV

Soit f la fonction définie par
$$f(x) = \ln(e^{2x} - e^{x})$$

Question 18

La fonction f est définie sur :

A) $D =]-\infty; 0[\cup]1; +\infty[$
B) $D =]-\infty; 0] \cup [1; +\infty[$
C) $D = \mathbb{R}$
D) $D =]0; +\infty[$

Question 19

La fonction f vérifie, pour tout $x \in D$:

A) $f(x) = 2x + \ln(1 - e^{-x})$
B) $f(x) = x + \ln(1 - e^{x})$
C) $f(x) = 2x + \ln(e^{x} - 1)$
D) $f(x) = x + \ln(e^{x} - 1)$

Question 20

On en déduit que :

A) La fonction f garde un signe constant sur D
B) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$
C) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$
D) Pour tout $x \in D$, la courbe représentative de f est au-dessus de la droite d'équation $y = x$