ÉPREUVE OBLIGATOIRE DE MATHÉMATIQUES

A LIRE TRÈS ATTENTIVEMENT

L'épreuve écrite obligatoire de Mathématiques et Physique de ce concours est un questionnaire à choix multiple qui sera corrigé informatiquement.

1) Pour remplir ce QCM, vous devez utiliser un stylo à bille ou feutre à encre foncée bleue ou noire. Vous devez **cocher** la case en vue de la lecture informatisée de votre QCM.

2) Utilisez le sujet comme brouillon (ou les feuilles de brouillon qui vous seront fournies à la demande par le (la) surveillant(e) qui s'occupe de votre rangée) et ne retranscrivez vos réponses qu'après vous être relu soigneusement.

3) Votre QCM ne doit pas être souillé, froissé, plié, écorné ou porter des inscriptions superflues, sous peine d'être rejeté informatiquement et de ne pas être corrigé.

4) Si vous voulez **corriger** votre réponse**,** n'utilisez pas de correcteur mais indiquez la nouvelle réponse sur la 2ème ligne.

5) Cette épreuve comporte 20 questions obligatoires, certaines, de numéros consécutifs, peuvent être liées. La liste de ces questions est donnée sur la page de garde du sujet.

   Chaque question comporte au plus deux réponses exactes.

6) A chaque question numérotée entre 1 et 20, correspond sur la feuille-réponses une ligne de cases qui porte le même numéro (les lignes de 21 à 80 sont neutralisées). Chaque ligne comporte 5 cases A, B, C, D, E.
   Pour chaque ligne numérotée de 1 à 20, vous vous trouvez en face de 4 possibilités :

   ► soit vous décidez de ne pas traiter cette question,
   la ligne correspondante doit rester vierge.

   ► soit vous jugez que la question comporte une seule bonne réponse :
   vous devez cocher l'une des cases A, B, C, D.

   ► soit vous jugez que la question comporte deux réponses exactes :
   vous devez cocher deux des cases A, B, C, D et ***deux seulement****.*

   ► soit vous jugez qu'aucune des réponses proposées A, B, C, D n'est bonne :
   vous devez alors cocher la case E.

Tournez la page S.V.P.

ÉCOLE NATIONALE DE L'AVIATION CIVILE

7) EXEMPLES DE RÉPONSES

Question 1 : $1^2 + 2^2$ vaut :
A) 3 B) 5 C) 4 D) -1

Question 2 : le produit (-1) (-3) vaut :
A) -3 B) -1 C) 4 D) 0

Question 3 : Une racine de l'équation $x^2 - 1 = 0$ est :
A) 1 B) 0 C) -1 D) 2

Vous marquerez sur la feuille réponse :

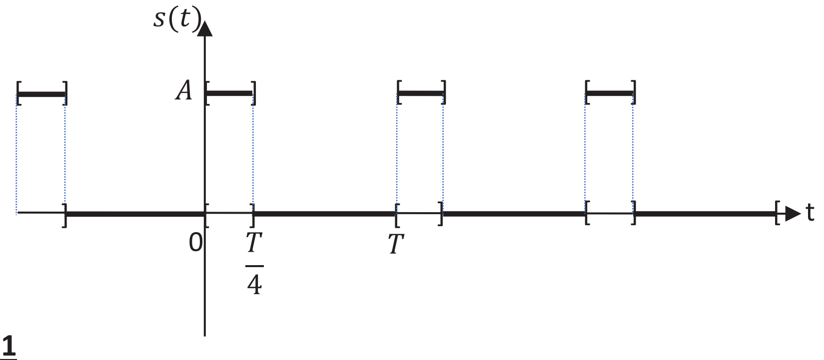
	☐	☒	☐	☐	☐
1 -	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
	☐	☐	☐	☐	☐

	☐	☐	☐	☐	☒
2 -	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
	☐	☐	☐	☐	☐

	☒	☐	☒	☐	☐
3 -	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**
	☐	☐	☐	☐	☐

PARTIE I

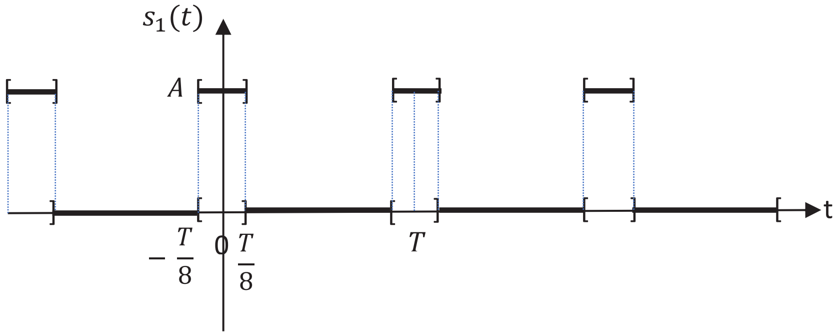
On considère le signal s défini sur $\mathbb{R}$, périodique de période T, représenté ci-dessous :



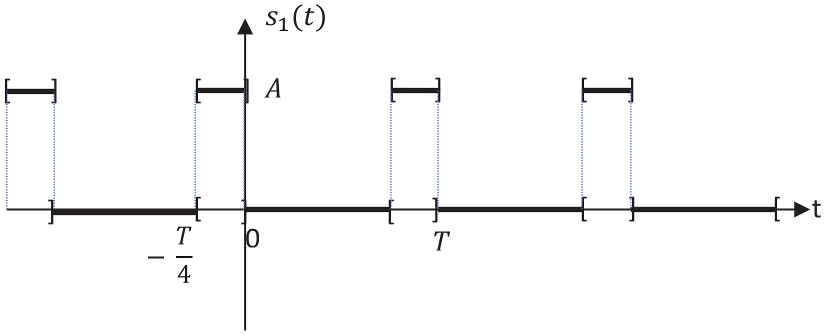
Question 1

Le signal s_1 défini par $s_1(t) = s(t + \frac{T}{8})$ admet pour représentation graphique :

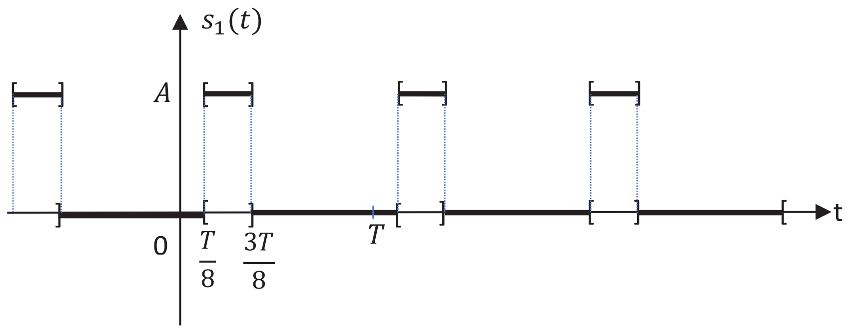
A)



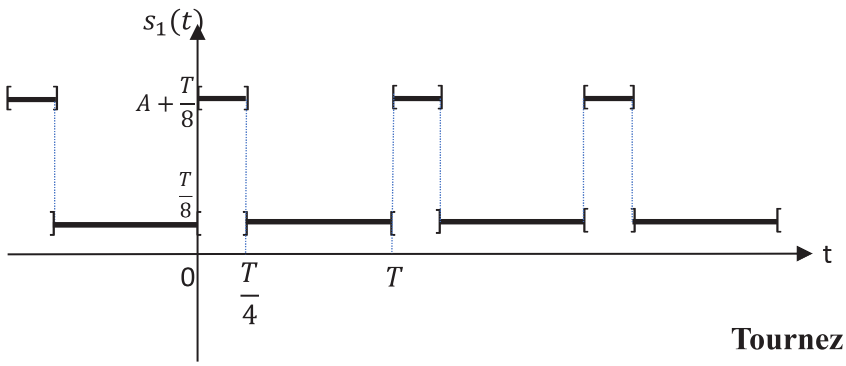
B)



C)



D)

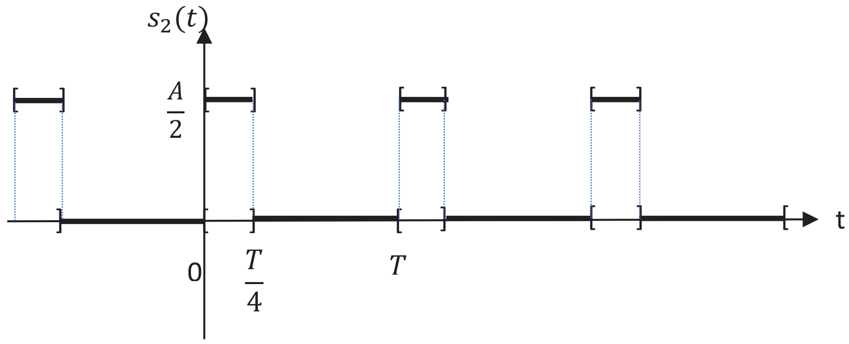


Tournez la page S.V.P.

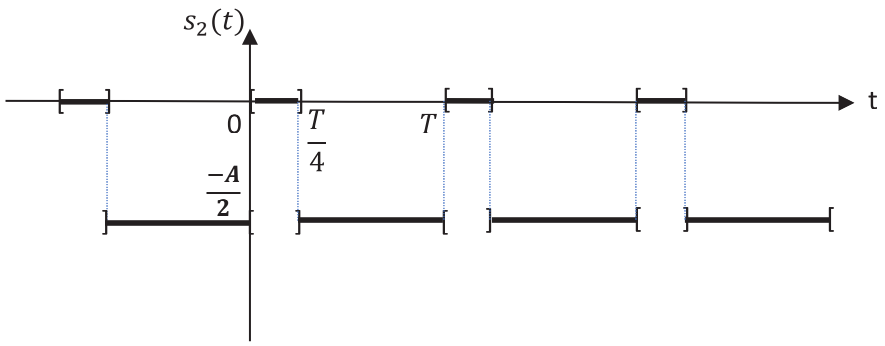
Question 2

Le signal s_2 défini par $s_2(t) = s(t) - \frac{A}{2}$ admet pour représentation graphique :

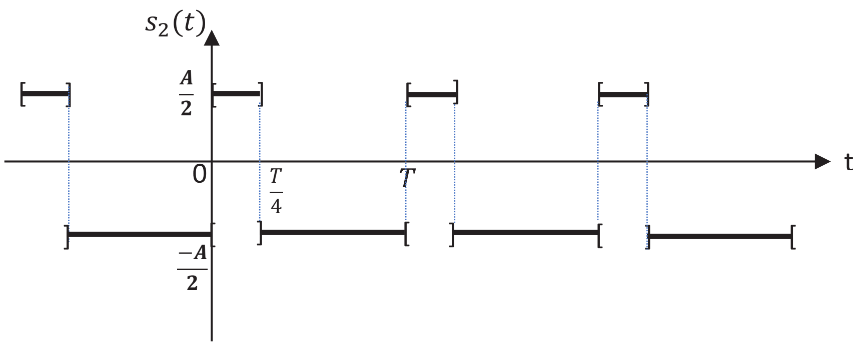
A)



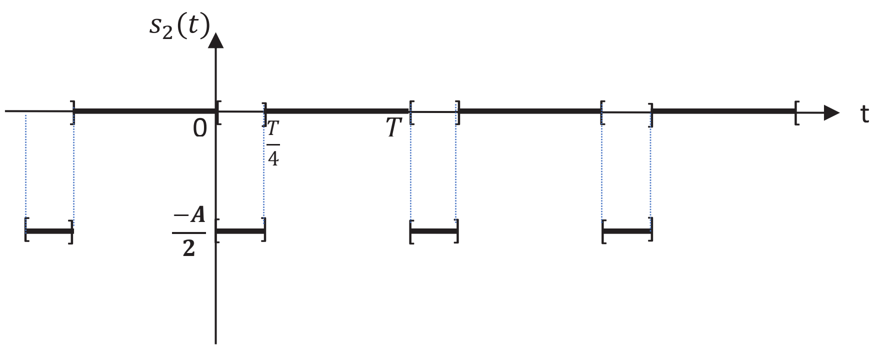
B)



C)



D)



Question 3

La valeur moyenne de $s_2(t)$ définie par $s_{2moy} = \frac{1}{T}\int_0^T s_2(t)dt$ est égale à :

A) $s_{2moy} = 0$
B) $s_{2moy} = \frac{A}{2}$
C) $s_{2moy} = \frac{A}{4}$
D) $s_{2moy} = \frac{-A}{4}$

Question 4

La valeur efficace de $s_2(t)$ définie par $s_{2eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T {s_2}^2(t)dt}$ est égale à :

A) $s_{2eff} = \frac{A}{4}$
B) $s_{2eff} = \frac{A}{\sqrt{2}}$
C) $s_{2eff} = \frac{A}{\sqrt{8}}$
D) $s_{2eff} = \frac{A}{2}$

Question 5

On veut déterminer la décomposition réelle en série de Fourier de $s(t)$ sous la forme :

$a_0 + \sum_{n=1}^{+\infty}[a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)]$

L'expression de la pulsation ω est alors :

A) $\omega = 2\pi T$ en rad/s
B) $\omega = 2\pi T$ en $rad.s$
C) $\omega = \frac{2\pi}{f}$ en rad/s
D) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ en rad/s

Question 6

La valeur moyenne de $s(t)$ a pour expression :

A) $a_0 = 0$
B) $a_0 = \frac{A}{2}$
C) $a_0 = s_{2moy}$
D) $a_0 = \frac{A}{4}$

Question 7

Pour $n \geq 1$, le calcul de $a_n = \frac{2}{T}\int_0^T s(t)\cos(n\omega t)dt$ donne le résultat :

A) $a_n = 0$
B) $a_n = \frac{A}{n\pi}\sin(n\frac{\pi}{4})$
C) $a_n = \frac{A}{n\pi}\sin(n\frac{\pi}{2})$
D) $a_n = \frac{A}{n\pi}\cos(n\frac{\pi}{2})$

Question 8

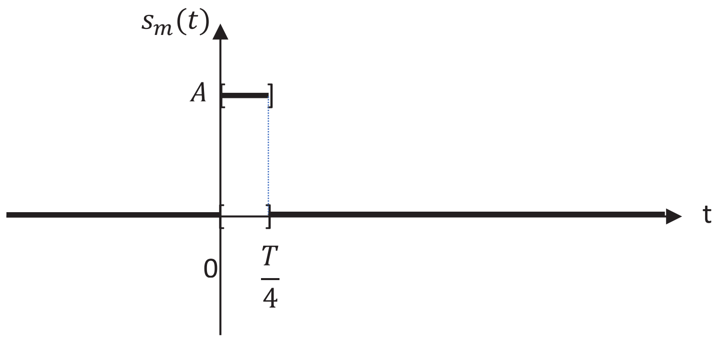
On suppose que l'expression de b_n est : $b_n = -\frac{A}{n\pi}(\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right) - 1)$ pour $n \geq 1$.

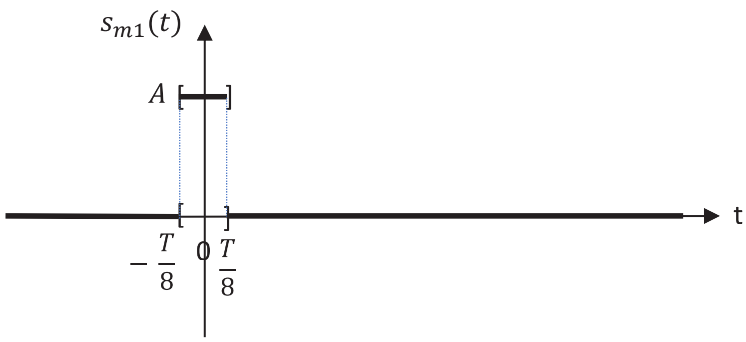
La décomposition en série de Fourier de $s(t)$ s'écrit alors :

A) $\frac{A}{2} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin(n\frac{\pi}{4})}{n}\cos(n\omega t) - \frac{\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)-1}{n}\sin(n\omega t)\right]$
B) $\frac{A}{4} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin(n\frac{\pi}{4})}{n}\cos(n\omega t) - \frac{\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)-1}{n}\sin(n\omega t)\right]$
C) $\frac{A}{4} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin(n\frac{\pi}{2})}{n}\cos(n\omega t) + \frac{1-\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)}{n}\sin(n\omega t)\right]$
D) $\frac{A}{2} + \frac{A}{\pi}\sum_{n=1}^{+\infty}\left[\frac{\sin(n\frac{\pi}{2})}{n}\cos(n\omega t) - \frac{\cos\left(n\frac{\pi}{2}\right)-1}{n}\sin(n\omega t)\right]$

PARTIE II

On considère les signaux s_m et s_{m1} définis sur $\mathbb{R}$, représentés ci-dessous :





Dans la suite, on notera $sinc$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$sinc(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin(x)}{x} & \text{pour tout } x \in \mathbb{R}^* \\ 1 & \text{pour } x = 0 \end{cases}$$

et δ l'impulsion de Dirac.

Question 9

La transformée de Fourier $S_{m1}(f)$ de $s_{m1}(t)$ est égale à :

A) $S_{m1}(f) = \frac{AT}{8} sinc(\pi f \frac{T}{8})$
B) $S_{m1}(f) = \frac{AT}{2} sinc(\pi f \frac{T}{2})$
C) $S_{m1}(f) = \frac{AT}{4} sinc(f \frac{T}{4})$
D) $S_{m1}(f) = \frac{AT}{4} sinc(\pi f \frac{T}{4})$

Question 10

La transformée de Fourier $S_m(f)$ de $s_m(t)$ est égale à :

A) $S_m(f) = \frac{AT}{4} sinc(\pi f \frac{T}{4})$
B) $S_m(f) = \frac{AT}{4} sinc(\pi f \frac{T}{4}) e^{-i\pi f \frac{T}{4}}$
C) $S_m(f) = \frac{AT}{4} sinc(\pi f \frac{T}{4}) e^{i\pi f \frac{T}{4}}$
D) $S_m(f) = \frac{AT}{4} sinc(\pi f \frac{T}{4}) e^{-i\pi f \frac{T}{8}}$

Question 11

On considère le signal s_3 défini par $s_3(t) = s_{m1}(t) \times \cos(200\pi t)$.

La transformée de Fourier $S_3(f)$ de $s_3(t)$ est égale à :

A) $S_3(f) = S_{m1}(f) \times \left[\frac{1}{2}(\delta(f-100) + \delta(f+100))\right]$
B) $S_3(f) = \frac{1}{2}[(S_{m1}(f-100) + S_{m1}(f+100)]$
C) $S_3(f) = S_{m1}(f+100)$
D) $S_3(f) = \frac{1}{2}[(S_{m1}(f-200) + S_{m1}(f+200)]$

PARTIE III

Soit x un réel strictement positif.

On considère les trois nombres complexes suivants :

$$z_1 = ix$$

$$z_2 = 1 + 10ix$$

$$z_3 = \frac{z_1}{z_2}$$

L'unité de mesure des angles utilisée est le radian.

Question 12

Le module de z_2 est égal à :

A) $|z_2| = 1 + 10x$
B) $|z_2| = \sqrt{1 + (10ix)^2}$
C) $|z_2| = \sqrt{1 + 10x^2}$
D) $|z_2| = \sqrt{1 + 100x^2}$

Question 13

Un argument de z_2 est égal à :

A) $Arg(z_2) = Arctan(10x)$
B) $Arg(z_2) = Arctan(10)$
C) $Arg(z_2) = Arctan(\frac{1}{10x})$
D) $Arg(z_2) = \frac{\pi}{2}$

Question 14

On note $f_1(x) = Arg(z_3)$

On peut alors écrire $f_1(x)$ sous la forme :

A) $f_1(x) = \frac{\pi}{2} - Arg(z_2)$
B) $f_1(x) = -Arg(z_2)$
C) $f_1(x) = \frac{\pi}{2} - Arctan(10x)$
D) $f_1(x) = 0$

Question 15

On note $f_2(x) = |z_3|$

On peut alors écrire $f_2(x)$ sous la forme :

A) $f_2(x) = \frac{x}{1+10x}$
B) $f_2(x) = \frac{x}{\sqrt{1+(10x)^2}}$
C) $f_2(x) = \frac{x}{1+10x^2}$
D) $f_2(x) = x - \sqrt{1+(10x)^2}$

Question 16

Soit $L_1 = \lim_{x \to +\infty} f_1(x)$

Le calcul de cette limite donne le résultat suivant :

A) $L_1 = 0$
B) $L_1 = \frac{\pi}{2}$
C) $L_1 = \frac{\pi}{4}$
D) $L_1 = -\frac{\pi}{2}$

Question 17

Soit $L_2 = \lim_{x \to +\infty} f_2(x)$

Le calcul de cette limite donne le résultat suivant :

A) $L_2 = 10$
B) $L_2 = \frac{1}{10}$
C) $L_2 = \frac{i}{10i}$
D) $L_2 = 0$

PARTIE IV

On considère la fonction g définie par $g(x) = \log\left(\frac{4x-1}{x+2}\right)$ où log représente le logarithme décimal.

Question 18

La fonction g est définie sur l'ensemble de définition D_g suivant :

A) $D_g = \mathbb{R}\backslash\left\{-2; \frac{1}{4}\right\}$
B) $D_g =]-2; +\infty[$
C) $D_g = \mathbb{R}_+$
D) $D_g = \left]-2; \frac{1}{4}\right[$

Question 19

Soit $y = g(x)$ pour $x \in D_g$

L'expression de x en fonction de y est alors donnée par :

A) $x = \frac{1+2e^y}{e^y-4}$

B) $x = \frac{1+20^y}{e^y-4}$

C) $x = \frac{10^y-2}{10^y-4}$

D) $x = \frac{1+2\times10^y}{4-10^y}$

Question 20

L'équation $g(x) = 2$

A) n'admet pas de solution dans D_g
B) admet $\left\{-\frac{87}{32}\right\}$ comme ensemble de solution
C) admet $\left\{-\frac{67}{32}\right\}$ comme ensemble de solution
D) admet $\left\{\frac{67}{32}\right\}$ comme ensemble de solution