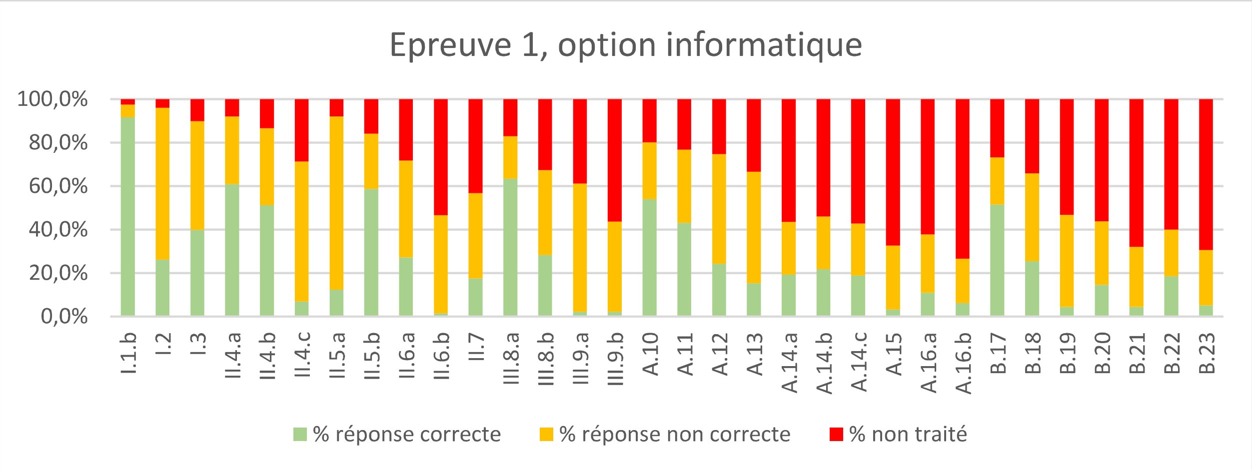
cas de listes de listes, même si certains n'arrivent pas à proposer un code clair et concis. Les candidats ont en général beaucoup de difficultés à aborder les questions de complexité des algorithmes, même dans des cas simples.

De même, le jury regrette que comme l'année dernière la rédaction correcte des récurrences ne soit pas maîtrisée de la majorité des candidats, qui ne semblent pas distinguer récurrence faible et récurrence forte. Toutes les questions demandant un raisonnement complet (en opérant soigneusement une disjonction de cas, en distinguant existence et unicité) semblent présenter d'importantes difficultés pour nombre de candidats.

On peut également regretter que dans un concours de recrutement de professeurs de mathématiques le calcul de la somme des termes d'une suite géométrique semble constituer une réelle difficulté.

Le diagramme suivant décrit les résultats obtenus par les candidats, question par question :



3.3 Seconde épreuve écrite

Le sujet de la **deuxième épreuve d'admissibilité** est composé de deux problèmes indépendants.

Le premier problème porte sur les fonctions logarithmes. Il est composé de trois parties.

La partie A amène les candidats à justifier l'existence et l'unicité de fonctions logarithmes de base a définies comme solutions de l'équation différentielle $y' = \frac{a}{x}$ avec $a \in \boldsymbol{R}$ et $y(0) = 1$, à démontrer leurs propriétés algébriques et à en faire l'étude. La partie B, qui peut être une activité de classe proposée en lycée, concerne le cas du logarithme décimal. Il s'agit de mettre en œuvre des propriétés algébriques dans trois situations contextualisées. Enfin, la partie C s'intéresse à deux méthodes d'approximation de $ln(2)$ et $ln(3)$ puis à une approximation de $ln(n)$ pour un entier $n > 1$.

Le second problème, composé de trois parties, porte sur une loi de composition interne dans Q $^+$: « la somme des cancres » et sur les suites de Farey.

La partie A étudie certaines propriétés de cette loi de composition interne, définie sur Q $^+$, de la façon suivante : deux fractions irréductibles $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ de Q $^+$ étant données, $\frac{a}{b} \oplus \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$. La partie B permet de déterminer le nombre d'éléments constituant la suite Farey d'ordre n, définie comme la suite des fractions irréductibles entre 0 et 1 rangées dans l'ordre croissant, dont le dénominateur est inférieur ou égal à n.

Enfin, x et y étant deux termes consécutifs de cette suite, la partie C permet de construire la première fraction apparaissant entre x et y dans une suite de Farey d'ordre strictement supérieur à n.

Ces deux problèmes permettent d'apprécier, outre les qualités scientifiques des candidats, leur aptitude à se placer dans une optique professionnelle, notamment avec des références explicites aux pratiques d'un élève de terminale scientifique (problème 1, B.XII).

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

— **Limites de la fonction ln aux bornes de son domaine (problème 1)**

Environ 4 % des candidats ont répondu correctement à cette question ; environ 76,6 % des candidats n'ont pas répondu correctement à cette question ou de manière incomplète ; environ 19 % des candidats n'ont pas abordé la question. Environ 5,3 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— **Applications des propriétés de la fonction logarithme décimal (problème 1) :**

En arithmétique (nombre de chiffres d'un entier en numération décimale)

Environ 17,4% des candidats ont validé cet item (question B XII 1.) ; 32,1% des candidats n'ont pas validé cet item ou de manière incomplète ; environ 50,5 % des candidats n'ont pas traité cette question. Environ 35,1% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Dans une situation contextualisée (intensité sonore)

Environ 12,1 % des candidats ont validé cet item (question B XII 2b.) ; 55,7 % des candidats n'ont pas validé cet item ou de manière incomplète ; environ 32,2 % des candidats n'ont pas traité cette question. Environ 17,9 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Dans une situation contextualisée (suite géométrique)

Environ 17,7 % des candidats ont validé cet item (question B XII 3.) ; 42,2 % des candidats n'ont pas validé cet item ou de manière incomplète ; environ 40,1 % des candidats n'ont pas traité cette question. Environ 29,5% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— **Arithmétique : propriété d'égalité de deux PGCD (problème 2)**

Environ 18,9 % des candidats ont répondu correctement à la question (question A I.) ; environ 43,8 % des candidats n'ont pas répondu correctement à la question ou de manière incomplète ; environ 37,3 % des candidats n'ont pas abordé la question. Environ 30,1 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— **Logique : établir une équivalence (problème 2)**

Environ 21,4 % des candidats ont répondu correctement à la question A IV 1. ; environ 57,6 % des candidats n'ont pas répondu correctement à la question ou de manière incomplète ;

environ 21 % des candidats n'ont pas abordé la question. Environ 27,1 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— **Logique : raisonnement par l'absurde (problème 2)**

Pour valider cet item, il était attendu que le candidat réponde correctement à l'une des questions suivantes : C XIII 1. 2. ou 3. ou C XIV 2c. ou 2h. Environ 11,5 % des candidats ont validé cet item ; environ 13,8 % des candidats n'ont pas validé cet item ou de manière incomplète ; environ 74,7 % des candidats n'ont traité aucune des questions examinées. Environ 45,5 % des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Dans l'ensemble des copies, des compétences ont été régulièrement manifestées comme la mise en œuvre de raisonnements par récurrence, la maîtrise du calcul intégral, la preuve d'une équivalence par double implication ou les propriétés des séries alternées.

En revanche, d'autres compétences révèlent un degré de maîtrise insuffisant, comme en témoignent les maladresses ou erreurs suivantes : la confusion entre f et $f(x)$, le manque de rigueur dans les calculs avec des inégalités, l'oubli de vérifications liées aux existences de limite, de primitive…, le recours à des propriétés sans vérifier les hypothèses, l'absence ou l'utilisation erronée de quantificateurs. Les enchaînements logiques entre deux assertions ou entre deux inégalités ainsi que le passage à la limite dans une inégalité… sont souvent absents ou traités de façon peu rigoureuse. De même, les symboles $\Leftrightarrow$ ou $\Rightarrow$ sont souvent utilisés avec légèreté et de manière non maîtrisée, le symbole $\Rightarrow$ étant parfois confondu avec « donc ».

De plus, le jury déplore le manque de soin de certaines copies : écriture illisible, fautes d'orthographe, absence de numérotation et un manque de rigueur dans les notations mathématiques.

Problème 1

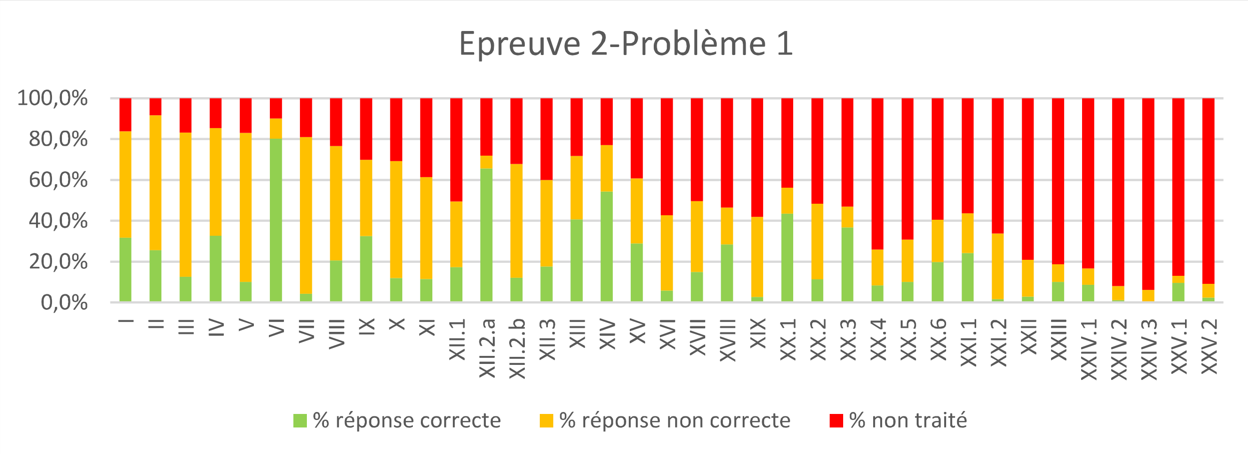
Beaucoup de candidats n'ont pas compris que l'objectif de la partie A était de démontrer, à partir de la définition donnée, l'existence, l'unicité et certaines propriétés des fonctions logarithmes de base a, sans avoir recours aux propriétés connues de la fonction logarithme népérien. Dans la question A I, si l'unicité est bien justifiée, de nombreux candidats n'ont pas établi l'existence. Par ailleurs, la condition d'existence d'une primitive d'une fonction sur un intervalle semble mal connue. De même, la dérivabilité de la fonction $x \mapsto f_a(xy)$ est très peu voire pas du tout mentionnée ni justifiée. Concernant la limite en $+\infty$ de la fonction ln, trop de candidats affirment qu'une fonction croissante et positive admet comme limite $+\infty$ en $+\infty$. Enfin, en A VIII, l'argument de continuité est peu mis en avant pour justifier la bijection.
Concernant la partie B, un nombre significatif de candidats ne prennent pas en compte le fait que la rédaction doit être accessible à des élèves de terminale, cette rédaction devant pour autant rester précise et rigoureuse. À la question B XII 3., une modélisation par une suite géométrique est attendue mais ne semble pas maîtrisée.
Dans la partie C, si les candidats montrent une maîtrise satisfaisante du calcul intégral, l'encadrement d'une somme par des intégrales ainsi que les majorations d'intégrales ne sont pas correctement traités (non prise en compte de l'ordre des bornes). Plusieurs candidats ont manipulé des sommes infinies sans prendre de précaution. Par ailleurs, des raisonnements par récurrence (bien rédigés) ont été utilisés quand il était possible de s'en passer. Enfin, les dernières questions concernant les approximations de $ln(2)$, $ln(3)$ et $ln(n)$ ont été très peu abordées.

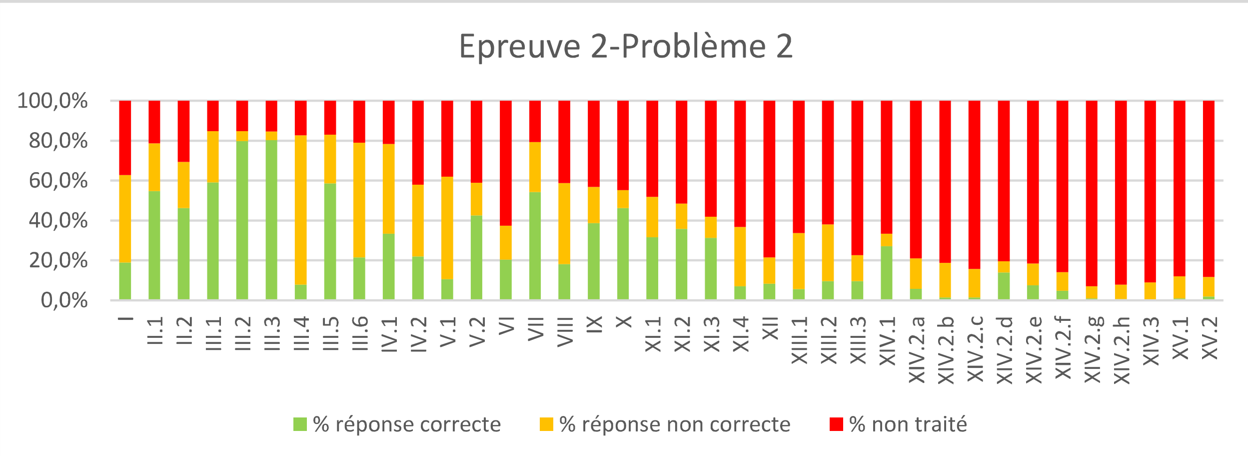
Problème 2

Le problème 2 débute par une démonstration classique et élémentaire de terminale spécialité mathématiques qui a pourtant été très mal réussie et non traitée par 40 % des candidats. Beaucoup se sont

contentés de montrer que : $pgcd\,(a\,;\,b)$ divise $pgcd\,(a\,;\,a+nb)$. Concernant la *somme des cancres*, la question III a été globalement bien réussie même si le recours à des contre exemples reste inégal d'un candidat à l'autre. En revanche, le caractère irréductible des FFI (Formes Fractionnaires Irréductibles) n'a pas été suffisamment pris en compte et exploité, des candidats ne faisant pas la différence entre une écriture fractionnaire et la FFI. En fin de partie A, le traitement des questions de géométrie révèle la méconnaissance des candidats relative aux droites remarquables du triangle : confusion entre médiatrice, hauteur, médiane…
Dans la partie B, la première question consistant à donner les premières suites de Farey a été plutôt bien réussie excepté certains candidats qui n'ont pas rangé les fractions dans l'ordre croissant. Dans la question VIII, le sens direct de l'équivalence a été bien mieux traité que la réciproque.
La partie C, hormis quelques questions triviales (XIV 1., par exemple), a été très peu abordée.

Les diagrammes suivants décrivent les résultats obtenus par les candidats, question par question :





La réussite aux épreuves écrites nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

• maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;

• rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, qui sera une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;