AGE	Inscrits		Présents		Admissibles		Admis	
18-20	1	0,02%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
20-24	1199	21,24%	968	45,7%	909	44,4%	631	55,1%
25-29	1296	22,96%	646	30,5%	484	23,6%	253	22,1%
30-34	913	16,18%	336	15,9%	225	11,0%	99	8,6%
35-39	725	12,85%	223	10,5%	138	6,7%	56	4,9%
40-44	616	10,91%	189	8,9%	117	5,7%	51	4,5%
45-49	444	7,87%	128	6,0%	82	4,0%	28	2,4%
50-54	283	5,01%	80	3,8%	50	2,4%	16	1,4%
55-59	129	2,29%	50	2,4%	34	1,7%	10	0,9%
60-64	36	0,64%	16	0,8%	9	0,4%	2	0,2%
65-70	2	0,04%	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%

	Inscrits	Présents	Admissibles	Admis
Âge du plus jeune	18,1	20,0	20,0	20,0
Âge du plus âgé	66,8	66,8	66,8	62,0
Age moyen	34,0	30,8	29,5	27,6

3 Analyse et commentaires : épreuves écrites

Les sujets ainsi que les corrigés des épreuves écrites sont disponibles sur le site du jury à l'adresse http://capes-math.org/.

3.1 Première épreuve écrite, option mathématiques

Le sujet de cette épreuve était constitué de deux problèmes. Le premier mêlait algèbre et géométrie. Les premières parties étaient axées sur la représentation des isométries directes du plan euclidien à l'aide des nombres complexes ; les quaternions étaient ensuite introduits sous forme matricielle et utilisés pour paramétrer les isométries directes de l'espace euclidien de dimension 3. Le second problème portait sur l'étude des variables aléatoires suivant une loi géométrique, avec différentes expériences aléatoires décrites à l'aide de séances de tir à l'arc et la notion de taux de panne.

Le jury a été particulièrement attentif aux items suivants :

— **Montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel d'un espace vectoriel connu et en déterminer une base**

Pour cet item, il était demandé au candidat de répondre correctement à la question VIII.2 du premier problème. Environ 8,7% des candidats ont répondu correctement à cet item ; 50,8% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 40,4% n'ont pas abordé cet item. Environ 14,3% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— **Décomposer une rotation plane en produit de deux réflexions**

Il s'agissait ici de répondre correctement à la question VII.1 du premier problème. Environ 16,2% des candidats ont répondu correctement à cette question ; 37,1% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 46,6% n'ont pas abordé cette question. Environ 30,4% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— **Utiliser un système complet d'événements pour calculer une probabilité à l'aide de la formule des probabilités totales**

On attendait ici du candidat qu'il rédige correctement la question XI.2 du second problème. Environ 3,7% des candidats ont répondu correctement à cette question ; 19,4% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 76,9% n'ont pas abordé cette question. Environ 16,0% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— **Déterminer un rayon de convergence**

Il s'agissait de répondre correctement à la question II.2 du second problème. Environ 17,6% des candidats ont répondu correctement à cette question ; 36,4% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 46,1% n'ont pas abordé cette question. Environ 32,5% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Certaines compétences ont été régulièrement manifestées par les candidats :

- De façon générale, on constate une amélioration du traitement des raisonnements par récurrence, bien que sur quelques copies les quantificateurs sont encore absents ou utilisés à mauvais escient.

- Les calculs avec le symbole Σ sont la plupart du temps bien menés, bien qu'on trouve encore des calculs utilisant des points de suspension plutôt que ce symbole : on est en droit d'attendre de futurs professeurs de mathématiques qu'ils évitent d'utiliser les points de suspension pour écrire une somme.

- Les notions de base de l'algèbre linéaire sont en général bien maîtrisées et bien utilisées : nombre de candidats savent montrer qu'une partie d'un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel, calculer l'inverse d'une matrice ou montrer qu'une application est linéaire.

- La formule de Bayes et la formule des probabilités totales sont souvent connues et bien utilisées, bien que tous les candidats ne prennent pas le soin de préciser que l'on travaille avec un système complet d'événements.

- Les questions géométriques sont souvent illustrées à bon escient par un dessin éclairant le raisonnement mené.

La première question du sujet a été mal comprise par beaucoup de candidats : le jury attendait une démonstration alors que beaucoup de copies se contentaient d'exhiber une formule sans justification. Ceci se reproduit à de nombreuses reprises, par exemple sur la question I.1 du second problème (somme des n premiers termes d'une suite géométrique) où l'on ne pouvait se contenter de dire qu'il s'agit d'une propriété bien connue. On note aussi souvent une confusion entre les points ou les vecteurs du plan et leurs affixes. La preuve que l'ensemble des rotations et des translations du plan forme un groupe a été assez mal réussie : peu de candidats ayant le réflexe de montrer qu'il s'agit d'un sous-groupe du groupe des isométries du plan ou des bijections du plan et beaucoup des preuves proposées étaient, soit redondantes, soit incomplètes. Toujours dans la première partie, l'importance de l'hypothèse $|a|=1$ pour que l'application envoyant le point d'affixe z sur le point d'affixe $az+b$ soit une rotation ou une translation a échappé à beaucoup de candidats.

Dans la partie B du premier problème, portant sur la décomposition d'une rotation en composition de deux réflexions orthogonales, la notion de bissectrice, pourtant très utile ici (question VI.2), n'est quasiment jamais utilisée. Le début de la partie C a mis en difficulté de nombreux candidats, ainsi que le montre le premier item décrit plus haut : peu ont réussi à donner une base de $M_2(\mathbf{C})$ en tant que **C**-espace ou **R**-espace vectoriel ou à montrer complètement que (E,I,J,K) est une base de l'espace de quaternions. L'inversibilité des quaternions non nuls (question X) a donné lieu à des raisonnements surprenants, affirmant par exemple que la somme de matrices inversibles est inversible.

Comme lors de la session précédente, les questions autour des séries entières (partie A du second problème) ont mis en difficulté de nombreux candidats. Si le calcul du rayon de convergence en utilisant la formule de d'Alembert est relativement bien réussi (question II.1), la démonstration de la dérivabilité dans la question II.2 a laissé beaucoup de candidats désarmés : beaucoup écrivent que cette fonction est dérivable car c'est une fonction polynomiale et bien peu semblent connaître les théorèmes sur les séries entières, sans parler de la notion de convergence uniforme.

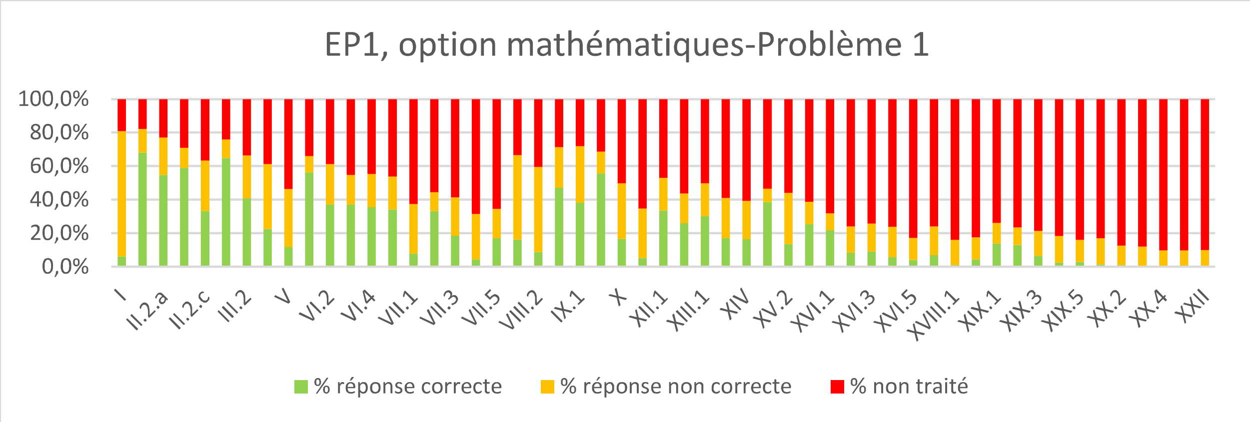
Les probabilités abordées dans les parties suivantes du second problème ont montré certaines lacunes sur le sujet. La notion d'espérance d'une variable aléatoire discrète semble mal comprise : beaucoup de copies oublient de mentionner la convergence absolue de la série donnant l'espérance, voire parfois sa convergence. Les objets considérés sont parfois malmenés et il n'est pas rare de rencontrer dans les copies des sommes ou des produits d'événements et la gestion des unions et intersections d'événements est parfois très confuse. La question VIII a été particulièrement délicate et bien souvent un compteur k a été introduit en oubliant la sommation, ce qui donnait une probabilité dépendant d'un entier k non défini.

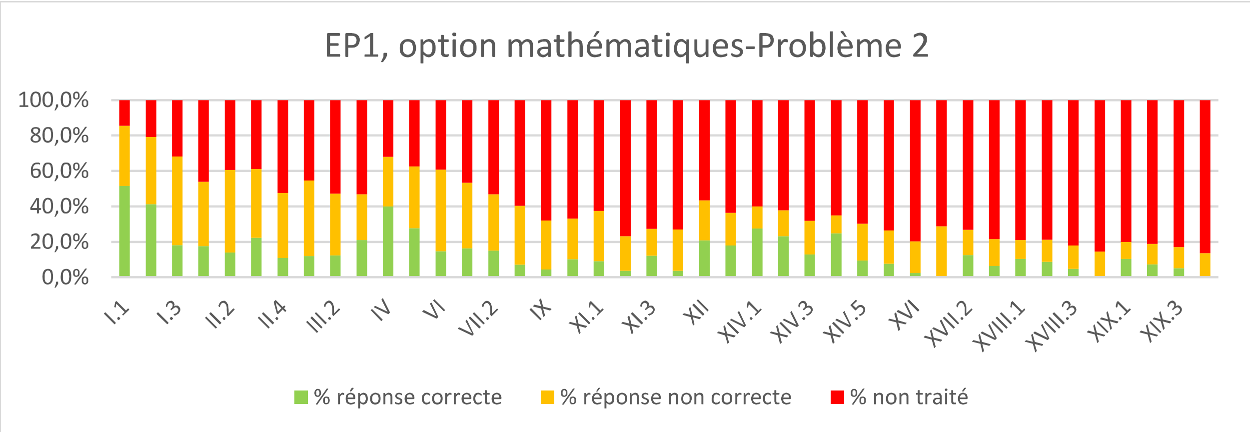
D'une manière générale, rappelons qu'il est souhaité, lorsqu'on utilise un théorème pour démontrer une question, de donner le nom de ce théorème et de montrer que les hypothèses sont vérifiées. De nombreux candidats ont ainsi utilisé la formule des probabilités totales sans le mentionner et sans expliciter que les événements qu'ils considéraient formaient un système complet.

Les symboles d'implication et d'équivalence sont très souvent utilisés à mauvais escient, par exemple comme abréviation pour « donc » ; par contre, ils sont souvent absents lorsqu'ils sont nécessaires, par exemple lors de la résolution d'un système linéaire où le calcul est mené sans aucun lien logique indiqué.

Enfin, si la plupart des copies sont très lisiblement rédigées, certaines auraient mérité plus d'effort sur le soin, l'orthographe et le niveau de langage utilisé : des expressions telles que « donc c'est bon » ou « ok » pour conclure une preuve sont à éviter. Les erreurs de numérotations des questions abordées ou des pages des copies, les questions abordées dans le désordre, l'utilisation du résultat de la question $n+1$ pour démonter la question n ont été souvent relevées : cela peut donner l'impression que le candidat cherche à tromper le correcteur.

Les diagrammes suivants décrivent les résultats obtenus par les candidats, question par question :





3.2 Première épreuve écrite, option informatique

Le sujet de la première épreuve d'admissibilité pour l'option informatique était constitué de deux problèmes.

Le premier problème s'intéressait à l'écriture en base 3 équilibrée des entiers strictement positifs : il s'agit d'une écriture en base 3 avec des chiffres dans l'alphabet {-1,0,1}. La première partie permettait de s'approprier la notation sur quelques exemples. La partie suivante avait pour objectif de montrer l'existence d'une telle écriture, en s'appuyant sur une récurrence faisant intervenir une disjonction de cas. La preuve de l'existence permettait également d'en déduire l'écriture d'une fonction Python calculant cette représentation des entiers. On montrait également l'unicité de la décomposition, à l'aide d'un lemme et d'un nouveau raisonnement par récurrence. La troisième partie décrivait les chemins de Delannoy, ligne brisée constituée de segments orientés par les vecteurs (0,1), (1,0) ou (1,1) et mettait en place la correspondance entre les chemins de Delannoy et l'écriture en base 3 équilibrée, qu'on programmait également en Python.

Le deuxième problème s'intéressait aux questions d'ordonnancement : une première partie introduisait la notion d'ordre topologique sur un graphe orienté et proposait l'étude d'un algorithme de construction d'un tel ordre topologique. La partie suivante appliquait le résultat précédent à la question de l'allocation de registres dans la compilation de programmes simples sur un ensemble réduit mais illustratif d'instructions. Enfin une dernière partie faisait le lien avec les graphes de coexistence et la coloration de graphe et se concluait par un algorithme simple de coloriage.

Une grande partie des candidats de cette option maîtrise bien les concepts de base de l'algorithmique et de la programmation abordés par les deux problèmes ainsi que la syntaxe de Python, y compris dans le