3.2 Première épreuve écrite, option informatique

Le sujet de la première épreuve d'admissibilité pour l'option informatique était constitué de deux problèmes.

Le premier problème s'intéressait à la suite de Lucas, définie par ses premiers termes $L_0 = 2$, $L_1 = 1$ et la récurrence $L_n = L_{n-1} + L_{n-2}$ pour $n \geq 2$. On commençait par exprimer le terme général L_n en fonction du nombre d'or et de son conjugué, ce qui donnait lieu à l'écriture d'une première fonction de calcul, et à une discussion sur la précision du calcul entre nombres flottants. On passait ensuite à un calcul itératif de L_n de complexité $O(n)$. On établissait alors des expressions de L_{2n} et L_{2n+1} en fonction de L_n et L_{n+1}, permettant l'écriture d'une nouvelle fonction de calcul du terme général de complexité logarithmique. Une représentation matricielle de la récurrence et l'étude de l'algorithme d'exponentiation rapide aboutissait à une dernière fonction de calcul de L_n de coût également logarithmique.

Le deuxième problème était relatif à un problème d'allocation de salles pour des cours dont la durée était représentée par un intervalle d'entiers. On demandait d'écrire en Python l'algorithme d'insertion dans une liste triée. Le sujet proposait quelques manipulations simples sur une deuxième représentation des événements. Une question donnait le choix entre quatre solutions pour une fonction de test d'une liste d'événements et permettait d'écrire ensuite une fonction qui calculait le nombre de salles nécessaires pour une liste de cours. Les deux dernières questions consistaient à rectifier le programme proposé par un élève et à compléter une fonction d'allocation.

Le jury a été particulièrement attentif aux questions suivantes :

— *Question IV du premier problème*.

L'énoncé demandait une preuve de l'égalité $L_n = \phi^n + \bar{\phi}^n$. Il s'agissait essentiellement de rédiger correctement une preuve par récurrence. Environ 33 % des candidats ont traité correctement cette question, 58 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte et 9 % n'ont pas traité la question. Environ 36 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

— *Question VII.3 du premier problème.*

Il s'agissait d'observer que l'algorithme de la fonction précédemment écrite utilisait une simple boucle et d'en déduire que sa complexité était linéaire. Environ 23 % des candidats ont traité correctement cette question, 42 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte et 35 % n'ont pas traité la question. Environ 35 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée, alors qu'il s'agissait d'une complexité très facile à estimer.

— *Question IX.2 du premier problème*.

L'énoncé demandait de compléter le code Python d'une fonction mettant en œuvre le calcul du terme général de la suite de Lucas à l'aide des récurrences précédemment établies. Environ 15 % des candidats ont traité correctement cette question, 54 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte et 31 % n'ont pas traité la question. Environ 22 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée. La difficulté tenait essentiellement à la gestion du cas d'un indice impair.

— *Question II.2 du deuxième problème.*

Il s'agissait de programmer l'insertion dans une liste triée, algorithme simple et très classique. Environ 21 % des candidats ont traité correctement cette question, 58 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte et 21 % n'ont pas traité la question. Environ 27 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

Une grande partie des candidats de cette option maîtrise bien les concepts de base de l'algorithmique et de la programmation abordés par les deux problèmes ainsi que la syntaxe de Python. Les candidats réussissent bien à trouver les erreurs de programmation dans un programme fourni par l'énoncé.

En revanche, les candidats montrent encore des difficultés dans la rédaction correcte des récurrences, en particulier pour les récurrences d'ordre 2. L'explicitation d'un invariant de boucle s'est révélée difficile pour la plupart des candidats : la notion ne semble parfois tout simplement pas connue. Les questions de complexité sont encore souvent source d'imprécision ou d'erreur.

On peut également s'étonner de la méconnaissance du calcul avec les nombres flottants et des questions de précision qui lui sont associées.

Le deuxième problème a globalement été mieux traité que le premier, qui requérait davantage de compétences mathématiques. Et pourtant, les deux sous-questions de la question VIII du premier problème ont globalement été correctement traitées. La question XII, sur l'algorithme d'exponentiation rapide, a découragé un grand nombre de candidats, qui ont manifestement abandonné à ce point le premier problème. Pourtant, il s'agit d'un algorithme très classique, dont on peut s'étonner qu'il ne soit pas plus familier des candidats. De la même façon, l'algorithme classique d'insertion dans une liste triée demandé dans le deuxième problème n'a pas rencontré le succès attendu.

3.3 Seconde épreuve écrite

Le sujet de la **deuxième épreuve d'admissibilité** était composé de deux problèmes indépendants.

Le premier problème envisageait l'étude d'une méthode de chiffrement d'un message, lettre à lettre, construite à partir de fonctions puissances définies comme

$$f_k : R = [\![0;28]\!] \longrightarrow R$$

$$x \longmapsto x^k \bmod 29$$

Le problème était composé de trois parties. La partie A décrivait des premiers essais (pour $k = 3, 7, 19$) et permettait aux candidats de comprendre la méthode de chiffrement proposée. La partie B amenait les candidats à déterminer les *k* pour que les fonctions f_k associées permettent d'assurer le déchiffrement du message. Enfin, la partie C s'intéressait à trois méthodes de calcul de f_{19}.

Le second problème était composé de deux parties. La partie A étudiait d'abord les points constructibles à la règle et au compas dans un plan muni d'un repère orthonormé (*O*, *I*, *J*) puis les nombres constructibles, en tant qu'abscisses dans (*O*, *I*, *J*) de points constructibles. Les candidats devaient démontrer la constructibilité de plusieurs autres éléments, comme la médiatrice d'un segment d'extrémités deux points constructibles, la parallèle et la perpendiculaire à une droite définie par deux points constructibles passant par un point constructible, l'opposé d'un nombre constructible, la somme, la différence, le produit et le quotient de deux nombres constructibles, la racine carrée d'un nombre constructible... La partie B était centrée sur les polygones réguliers avec l'étude des racines *n*-ième de l'unité, sur les conditions nécessaires et suffisantes de constructibilité des sommets d'un polygone régulier à *n* côtés et sur la construction effective des polygones réguliers à 3, 4 et 6 côtés. Enfin, la partie B s'achevait sur la construction à la règle et au compas du pentagone régulier.

Ces deux problèmes pouvaient permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques des candidats, leur aptitude à se placer dans une optique professionnelle, notamment avec des références explicites aux pratiques d'un élève de troisième (problème 1, A.III) ou à une classe de collège (problème 2, IV).