3. ANALYSES ET COMMENTAIRES

3.1 Épreuves écrites

Le sujet de la **première épreuve** était constitué de deux problèmes. Le premier portait sur l'algèbre et la géométrie (une preuve du théorème fondamental de la géométrie affine dans le cas du plan) et le second sur l'analyse (applications du théorème de Cauchy-Lipschitz aux équations différentielles linéaires du second ordre).

Le jury a porté une attention particulière aux compétences suivantes.

- *Démontrer une équivalence* : 87% des candidats abordent au moins une des questions A1.3, A1.4 ou A1.5 du problème 1 ; parmi eux, 78% donnent au moins une réponse correcte.
- *Caractériser un parallélogramme* : 82% des candidats abordent au moins une des questions C.3.1, C.5.1 du problème 1 ; parmi eux, 68% donnent au moins une réponse correcte.
- *Utiliser le théorème de Cauchy-Lipschitz* (rappelé dans l'énoncé de l'épreuve) : 60% des candidats abordent au moins une des questions A2, A5.2 ou A4.3 du problème 2 ; parmi eux, 40% donnent au moins une réponse correcte.
- *Résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre* : 59% des candidats abordent la question B1.1 du problème 2 ; 25% d'entre eux donnent une réponse correcte. En particulier, le cas du discriminant de l'équation caractéristique strictement négatif est mal connu.

Dans de nombreuses copies, la mise en place des différentes méthodes de raisonnement est bien détaillée : les raisonnements par l'absurde, par récurrence ou par analyse-synthèse sont clairement annoncés et les étapes sont bien indiquées. En particulier, la récurrence de la question B.1 du problème 1 a été très souvent réussie et la rédaction des démonstrations des équivalences est souvent limpide, que ce soit une preuve directe ou une preuve par double implication. Beaucoup de candidats ont en outre fait des efforts pour comprendre le sens global du problème : même si certaines questions intermédiaires ne sont pas abordées, les questions de synthèse peuvent être réussies.
Cependant on trouve encore trop souvent des raisonnements incomplets : il manque parfois la partie « synthèse » dans un raisonnement par analyse-synthèse, le candidat oublie de vérifier certaines hypothèses, ou certains cas ne sont pas étudiés dans un raisonnement par disjonction de cas, ce qui amène à considérer, par exemple, que toutes les droites du plan sont sécantes ou que tous les nombres rationnels sont positifs. Par ailleurs, les notations ensemblistes sont souvent malmenées : la confusion entre appartenance et inclusion est très fréquente.
Dans la partie A du problème 1, la notion de bijectivité pose de nombreux problèmes aux candidats. Son utilisation dans les démonstrations est souvent peu précise et parfois même invoquée à tort. De surcroît, l'établissement de la bijectivité d'une application donnée est fréquemment incomplète : par exemple, seule l'injectivité est démontrée. La partie B est mieux réussie par les candidats ; en particulier la densité de Q dans R est bien comprise et utilisée. Les démonstrations géométriques de la partie C sont souvent trop bavardes ou trop peu précises. Rappelons une nouvelle fois qu'un dessin ne remplace pas une démonstration, même s'il est toujours bienvenu pour illustrer celle-ci.
La première partie du problème 2 est souvent mal comprise par les candidats. Il s'agissait de démontrer le théorème de structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre. Il convenait donc de ne pas admettre ce théorème, contrairement à ce qui a été fait par de nombreux candidats. En outre, la résolution de l'équation différentielle $y''+by = 0$ de la question B.1.1 est trop rarement réussie, en particulier lorsque le paramètre b est positif.
Ces constats conduisent à rappeler que :

- les notations ensemblistes telles que l'appartenance, l'inclusion ou l'ensemble vide doivent absolument être maîtrisées ;
- les notions élémentaires sur les applications (injectivité, surjectivité, bijectivité) ne devraient poser aucun problème aux candidats ;
- résoudre une équation différentielle simple, y compris du second ordre, est une compétence attendue de futurs professeurs de mathématiques.