Pour traiter la question 9b), beaucoup invoquent la décomposition de Dunford mais elle n'est pas toujours bien justifiée, le corps n'est pas toujours précisé. Quelques uns ont néanmoins pensé au polynôme caractéristique de g, ce qui permettait de répondre rapidement à la question.

La question 9c), plus délicate a été très peu abordée avec succès.

4.1.6 Partie III

En général, les questions 10, 11 et 12 ont été abordées.

La question 10, bien qu' élémentaire, a été souvent mal traitée. On a vu trop souvent le raisonnement suivant : « *avec* $s = t = 0$ *on a* $\varphi(0)[\varphi(0) - I] = 0$*, or* $\varphi(0)$ *est non nulle car* $0 \notin GL_n(\mathbf{C})$*, donc* $\varphi(0) = I$ ». Faut-il rappeler que l'anneau des matrices carrées n'est pas intègre dès que $n \geqslant 2$? Il suffisait de rappeler qu'un morphisme de groupes envoie l' élément neutre du groupe de départ, qui était $(\mathbf{R}, +)$ ici, sur l'élément neutre du groupe d'arrivée, qui était $(GL_n(\mathbf{C}), \times)$ ici.

Les questions 11 et 12 a) sont correctement traitées dans un grand nombre de cas.

Les autres questions de cette partie ont été très peu abordées.

4.1.7 Partie IV

Elle a été très rarement abordée.

Les questions les plus étudiées sont les questions 17 b) et c) : beaucoup de candidats déterminent correctement $v(t)$, mais il manque souvent la justification via l'hypothèse de continuité ; très peu ont obtenu $u(t)$.

4.1.8 Partie V

Elle a été peu abordée.

Les questions 18 a), b) et c) sont rarement traitées correctement ; on y voit des assertions surprenantes sur la topologie, comme celle disant (faussement !) que l'image réciproque d'un connexe par une application continue est un connexe...

La question 19 a) est en général bien traitée par ceux qui l'abordent, mais la question 19 b) est rarement traitée entièrement correctement. On voit souvent l'erreur $\exp(X^t) = \exp(-X)$ donc $X^t = -X$, comme si on était dans $\mathbf{R}$, ou l'utilsation erronée de la commutation d'une matrice et de sa transposée.

La question 23 a) a beaucoup été abordée mais quasiment personne n'a su répondre entièrement ! La plupart des candidats montrent que la famille (A, B, C) est libre et concluent en disant que, comme $\mathcal{G}$ est de dimension 3, on a une base. Mais il fallait justifier cette affirmation !

4.2 Seconde épreuve écrite

4.2.1 Énoncé

On trouvera l'énoncé de l'épreuve à l'adresse suivante : http ://agrint.agreg.org/14-EP2.pdf

4.2.2 Généralités

Thème

L'épreuve 2 de cette année proposait, dans un cadre probabiliste, de faire le point des connaissances sur les approximations polynomiales uniformes des fonctions continues sur un segment de $\mathbb{R}$.

Ce qu'ont fait les candidats

Cette année encore, beaucoup de candidats proposent des copies soignées et montrent un réel souci de clarté et de rigueur dans la rédaction de leurs solutions. Le jury salue également l'honnêteté intellectuelle des candidats : en effet, très peu font preuve de mauvaise foi sur leurs copies et ceux admettant que leurs calculs n'aboutissent pas ne sont pas rares. Le jury invite cependant les très rares candidats qui n'arrivent pas au résultat attendu dans la question à plus de prudence avant d'affirmer une erreur du sujet.
Le jury a également apprécié le fait que la plupart des candidats suivent la progression du sujet et proposent des réponses dans l'ordre des questions de l'énoncé ; très peu de candidats ont cherché à grappiller des points sur la partie IV notamment. Néanmoins, on trouve un nombre significatif de copies quasi-vides ce qui semble une nouveauté cette année.
Le jury, qui depuis plusieurs années se félicite du bon niveau des candidats, invite ces derniers à se pencher sérieusement sur le calcul des probabilités qui est en outre un incontournable de l'enseignement dès le lycée et note des lacunes assez regrettables dans ce domaine des mathématiques.

4.2.3 Partie I

La première partie proposait une interprétation probabiliste des polynômes de Bernstein et aboutissait à une démonstration assez inhabituelle du théorème de Weierstrass : toute fonction continue sur un segment est limite uniforme sur ce segment d'une suite de polynômes.
Cette première partie, tout au moins les premières questions, est très accessible. Il semble alors opportun de rappeler qu'en début de problème il convient de mettre l'accent sur le soin, la précision et la rigueur de la rédaction. Le correcteur sera ainsi mieux disposé à valider leurs réponses, même si elles sont plus sommaires, pour les questions élémentaires qui suivront. En revanche, il est difficile de croire un candidat qui indique sur sa copie, pour les questions faciles, que la démonstration est triviale (sans faire le raisonnement) alors que ce même candidat n'aborde presque aucune question complexe (ou se trompe sur ces questions) !
Trop de candidats ignorent qu'une somme de variables aléatoires indépendantes et suivant toutes une loi identique de Bernoulli suit une loi Binomiale, bien que ce soit au programme du concours. Il ne faut pas hésiter à donner, sans justification, les résultats au programme. Les candidats qui connaissent cette partie du programme gagnent d'ailleurs beaucoup de temps et de points, en offrant souvent une rédaction efficace et rigoureuse des questions 1 et 2 : ils reconnaissent en particulier l'espérance et la variance d'une loi binomiale, la somme d'une loi de probabilité ... Certains candidats ne connaissant pas les espérances et variances des lois classiques retrouvent habilement celle de la loi binomiale grâce la linéarité de l'espérance et au fait que la variance d'une somme de variables indépendantes est la somme des variances. Par contre, les candidats qui font l'impasse sur le calcul des probabilités, qui se lancent dans des calculs de plusieurs pages pour certains et qui, au mieux, obtiennent les résultats par des calculs liés à la formule du binôme ne répondent pas aux questions : il y était précisé qu'il fallait utiliser la loi de S_n. Par ailleurs, si une variable aléatoire suit une loi binomiale de paramètres n et p sa probabilité de valoir k n'est pas la même que celle de valoir $n-k$; la variable aléatoire qui compte le nombre d'échecs n'est pas la même que celle qui compte le nombre de succès.
De manière générale le jury invite les candidats à faire un effort de rédaction en ce qui concerne le calcul des probabilités. Par exemple pour la question 3, l'exhibition d'un système complet d'événements, puis l'application de la formule des probabilités totales dans laquelle la plupart des termes (sauf 2) s'annulait pour aboutir au résultat de la question étaient attendues. Trop de candidats se contentent d'un formalisme minimaliste qui ne permet pas aux correcteurs de bien comprendre leurs démonstrations ; à ce titre des arbres peuvent être utilisés mais il faut qu'ils soient bien construits.

Qu'une réunion d'événements soit disjointe doit être signalé si c'est le cas avant d'écrire que la probabilité de cette réunion est la somme des probabilités des événements qui la compose. Dans la question 5, très peu de candidats citent et appliquent correctement le théorème de transfert, se contentant pour la plupart d'invoquer la continuité de f... La linéarité de l'espérance n'est pas toujours rappelée alors qu'elle est nécessaire pour conclure, ou alors elle est citée sous une forme affaiblie : $E(aX+b) = aE(X)+b$ dont on se demande pourquoi elle a la préférence des candidats. Plus généralement, le jury rappelle à nouveau que l'utilisation des hypothèses données dans l'énoncé, que l'utilisation de propriétés ou théorèmes ... doivent être signalées au moment opportun et non en vrac en début de question, afin de montrer l'articulation du raisonnement.

Les récurrences doivent être entièrement rédigées, en particulier en début de copie ; il ne s'agit pas de faire les trois premiers rangs puis de dire que par récurrence on a le résultat ; il ne s'agit pas non plus de conclure par itérations successives ("et ainsi de suite") sans avoir explicité de manière convaincante la démarche adoptée. Des fautes ont été repérées assez nombreuses dans la rédaction de l'étape d'hérédité des récurrences : on initialise au rang 1 et on se sert du rang 2 sous une hypothèse non forte par exemple.

Concernant la question 4, la notion de valuation ne figure pas au programme et ne saurait constituer seule une preuve de la liberté de la famille des polynômes $(B_{k,n})_{0\leq k\leq n}$. Par ailleurs, un nombre important de candidats affirment que cette famille est constituée de polynômes de degrés étagés. L'équivalence entre injectivité et bijectivité de l'application $\overline{B_n}$ repose sur le fait que l'application concernée est un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie : beaucoup de candidats oublient de rappeler la dimension finie de $\mathbb{C}_n[X]$ et quelques uns de dire que l'espace de départ et celui d'arrivée sont identiques et ont donc même dimension finie.

Quelques candidats, trop rares hélas, connaissent l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev ou celle plus générale de Markov et l'appliquent correctement au cas qui nous intéresse. Là aussi ces savoirs permettent à des candidats bien préparés de gagner du temps et des points et donc de faire la différence.

La question 8, assez difficile a été pourtant abordée avec succès par les meilleurs candidats qui en ont proposé des solutions tout à fait correctes, voire excellentes pour certaines d'entre elles. Par contre, une majorité de candidats ignorent ce qu'est la convergence uniforme ou la comprennent très mal. C'est pourtant une notion essentielle pour de futurs agrégés et il faut faire un effort de formation sur ce point. Pour la question 10, se contenter de citer la fonction exponentielle ne constituait pas une réponse, encore fallait-il montrer que la fonction exponentielle ne pouvait être limite uniforme d'une suite de polynômes sur $\mathbb{R}$.

4.2.4 Partie II

La partie II proposait d'étudier les fonctions hölderiennes à valeurs complexes puis de justifier que, pour les fonctions hölderiennes, l'erreur commise par l'approximation par les polynômes de Bernstein est maîtrisée.
Beaucoup trop de candidats écrivent que $x \to \alpha x^{\alpha-1}$ est bornée sur $[0,1]$ alors que pour $\alpha < 1$ il y a une divergence au voisinage de 0. Il faut aussi rappeler une erreur classique faite fréquemment : le théorème des accroissements finis n'est pas valable pour une fonction à valeurs complexes alors que l'inégalité des accroissements finis l'est. Une question assez basique a été très souvent mal rédigée, celle qui voulait montrer que Lip_α est un $\mathbb{C}$-espace vectoriel : la stabilité par passage à la combinaison linéaire est loin de suffire, il faut y adjoindre, la non vacuité de l'ensemble et son plongement dans un $\mathbb{C}$-espace vectoriel de référence, ce qui est trop souvent omis. Les questions suivantes de la partie

A, très classiques, sont bien souvent abordées avec succès.

Le jury s'étonne de voir des candidats oublier une réciproque pour démontrer une équivalence comme en question 16, ou affirmer un résultat sans vraiment le démontrer comme en question 15. La linéarité et la positivité de l'espérance sont souvent utilisées de manière floue. Il faut cependant noter le relatif succès à la question 17, très souvent bien rédigée.

4.2.5 Partie III et IV

La troisième partie montre que l'approximation obtenue à la partie I fournit également une approximation dans le cadre de fonctions dérivables de la dérivée. La quatrième partie quant à elle traite des estimateurs, et donne une manière de reconstruire une fonction de répartition d'une variable aléatoire continue dont on ne connaît que des valeurs en nombre fini.

La partie III est abordée de manière anecdotique. Notons cependant une méconnaissance de la fonction arctan. Ainsi, pour la première question, le signe de x influe sur la limite simple de $x \to x \arctan(nx)$ et l'inégalité $|\arctan(x)| \leq |x|$ valable sur $\mathbb{R}$ n'est pas connue. La connaissance des fonctions usuelles pourraient être meilleure sans pénaliser les candidats, et les inégalités de convexité usuelles doivent être connues. Sur cette partie également le jury note les difficultés que soulève la convergence uniforme.
Beaucoup de candidats pensant que la question 22 est facile, alors que ce n'est pas si évident, y perdent énormément de temps.
À la question 24, comme aux questions de début de problème, la plupart des copies ont manqué de soin aux bornes des domaines de validité des formules.

La partie IV sur laquelle quelques candidats se relancent pour engranger quelques points est le plus souvent ignorée, faute de temps.